労働市場におけるマルコフ・ゲーム (マルコフ・ゲーム理論とその周辺)

沢木, 勝茂

数理解析研究所講究録
460巻 1982年 51-71

労働市場におけるマルコフ・ゲーム

南山大　経営　　沢木　勝茂

1　はじめに

情報の収集手段としての探索（Search）モデルは、職捜し、秘書選び、消費財の購入などの問題に適用されてきた。探索モデルは不確実性下のミクロ経済学分析の対象として経済学者の関心を集めてきた。例えば、Lippman and McCall [2] は探索モデルの優れたサーベィ文献である。そこでの議論は、探索によって必要な情報量を決定すること、情報獲得のための効率的方法を確立すること、不確実性への対処方法を制度化すること、これらの結果として自己の交渉力・発言力を強化することなどの分析に中心を置いていた。従来の探索モデルは、不確実な情報の下で自己の最良のパートナー（必ずしも人物とは限らないが）を発見するためのシステマティクな探索ルールを決定することで、パートナーの選択権は探索者のみが所有していて相手に拒否される場合を想定していない。本稿では、パートナーもまた同様に自己の最良のパートナーを探索しており、従って探索者が相手を最良のパートナーと判断しても相手から拒否されたり、或いは現実にパートナー

としての関係を保持していてもそれを解消して離脱していく可能性のある両者による結合探索（Joint Search）モデルを労働市場を対象として考察する。

労働者はより高い賃金を求めて職捜しを行ない，企業はより生産性の高く質の良い労働者を探索する労働市場を想定しよう。そこでは、労働者と企業の双方が自己の最良のパートナーを求めて探索する二人非零和ゲームの状況が発生する。労働者と企業が自己の相手として1つの合意に到達すればそこで雇用契約が締結されて両者の間に1つのmatch，即ち雇用関係が形成されることになる。しかしながら、労働者にとって最良の職がどこにあるか、企業にとって労働者の質を事前に判断できないがために、労働者も企業も更によいパートナーを求めて探索する誘因を常に抱くことになる。換言すれば、労働者と企業にとって相手に関する情報の不完全性ゆえに不完全なmatchしか形成されない。その結果、締結されている現行の雇用契約は不安定なものとならざるを得ない。

以下では、先ずMortensen［3］タイプの基本モデルを紹介し、次に経済変動の下でのマルコフ・ゲームへの拡張を試みる。しかる後に、2種類の雇用契約の下での離職率と解雇率の性質を調べ、どのような雇用契約の下で労働者と企業は協力的な探索戦略を採用するか、互いに相手の行動を監視する

ことなく両者をして協力ゲームに駆りたてることの可能性について分析する。ここで展開される結合探索モデルは、単に労働市場ばかりではなく、結婚および離婚の問題、マーケティングにおける代理店契約や流通系列化の問題にも適用できることを言及しておく。

2、基本モデル

労働者へのjob offerと企業への職捜しの労働者の数はそれぞれ平均λ_1, λ_2をもつポアソン分布に従って到着すると仮定する。労働者と企業はそれぞれ探索費用を支払うことによって平均到着率λ_1, λ_2を制御できるとする。いま連続時間tの間に労働者には新たなjob offerがあり、或いは企業には職捜しの労働者が到着したとき、双方は到着した相手を受入れるか拒否するかを決定しなければならない。労働者は現に特定の企業と雇用契約を締結していると仮定しよう。この労働者と企業の双方が時間tの間に到着した相手を拒否したときのみ現行の雇用契約は続行されることになり、いずれか一方が新たに到着した相手を受入れれば、現行の雇用契約は解消されて、新たな雇用契約を別のパートナーと締結するか、企業だけが別の相手を見つけた場合は労働者は失業することになり、労働者だけが別の職を見つけた場合は企業は欠員を発生

させることになる。次のような記号を使用する。

y_1＝現行の雇用契約を続行したときに受取る労働者の期待利得。

y_2＝現行の雇用契約を続行したときに受取る企業の期待利得

X_1＝新たにofferされた職の労働者の利得を表わす確率変数

X_2＝新たに到着した雇用機会からの企業の利得を表わす確率変数。

$F_i(\cdot)$＝$(m_i, M_i]$上で定義されたX_iの分布関数

時間に関して独立で同一の分布を仮定する。

M_i＝最良のパートナーからの利得，$i=1, 2$

m_1＝労働者の失業中または自宅待機中の利得，

m_2＝欠員による企業の利得，

$C_1(\lambda_1)$＝平均到着率がλ_1のときの労働者の探索費用

$C_2(\lambda_2)$＝平均到着率がλ_2のときの企業の探索費用

w＝労働者の現行賃金

p＝現行の雇用契約がもたらす生産性

$\beta(h)$＝時間hでの割引因子，$\beta(h)=e^{-\alpha h}$ または $1/(1+\alpha h)$

αは利子率で双方とも同じ割引率を適用するものとする。

労働者と企業のそれぞれのパートナーはポアソン分布に従って到着するから、時間hの間に生起する事象として(i)労働者に新たな職が到着する (ii)企業に職捜しの労働者が到着する (iii)両者ともに何にも到着しないの3つの場合のみを考慮すれば十分であって、それ以外の事象の生起する確率は$o(h)$以下である。労働者および企業の利得はそれぞれ互いに相手の探索戦略に影響される。探索費用は時間に依存しなく、両者ともパートナーはポアソン分布に従って到着しその利得に関する確率分布は時間に関して独立で同一の分布であるから、労働者も企業も探索に際して留保利得r_i (reservation rewords) をそれぞれ設定してシステマティクな探索戦略を採用する。即ち、もし$X_i > r_i$ならば受入れる。もし$X_i \leqq r_i$ならば拒否して探索を継続する。$i = 1, 2$

時間hの間での労働者および企業の総期待利得をそれぞれv_1, v_2とすれば次のようになる。

$$(1)\quad v_1 = [w - c_1(\lambda_1)]h + \beta(h)\Big[y_1 + \lambda_1 h\int_{r_1}^{M_1}(x - y_1)\,dF_1(x)$$

$$+ Q_2(r_2)h\,[m_1 - y_1] + o(h)$$

$$(2)\quad v_2 = [p - w - c_2(\lambda_2)]h + \beta(h)\Big[y_2 + \lambda_2 h\int_{r_2}^{M_2}(x - y_2)\,dF_2(x)$$

$$+ Q_1(r_1)h\,[m_2 - y_2] + o(h)$$

但し、r_1＝労働者の留保利得、　r_2＝企業の留保利得

$\lim_{h \to 0} \frac{o(h)}{h} = 0$　であり

(3)　$Q_i(r_i) = \lambda_i [1 - F_i(r_i)]$,　$i = 1, 2$

$Q_1(\cdot)$＝離職率，$Q_2(\cdot)$＝解雇率（自宅待機率）である。

(1)，(2)式の経済的解釈は明らかである。

$y = y_1 + y_2$を現行の雇用契約の価値と呼ぶことにする。

仮定１　X_iの密度関数$f_i(x)$は$x \in (m_i, M_i)$に対して退化しない即ち$f_i(x) > 0$　$x \in (m_i, M_i)$　さらに分布関数は$F_i(m_i) = 0$，$F_i(M_i) = 1$　を満たす。$i = 1, 2$

仮定２　$C_i(\lambda_i)$は厳密な増加で下に凸なる関数である。即ち、$C_i'(\cdot) > 0$，$C_i''(\cdot) > 0$　さらに，

$\lim_{\lambda \to 0} C_i(\lambda) = \lim_{\lambda \to 0} C_i'(\lambda) = 0$，　$\lim_{\lambda \to \infty} C_i'(\lambda) = \infty$とする。

時間hの間で労働者も企業もそれぞれ自己の総期待利得(1),(2)が最大となるように平均到着率λ_iと留保利得r_i　$i = 1, 2$　を設定するのである。仮定１，２の下で両者の最適な探索戦略は非協力ゲームのNash解になることを次の定理で示そう。

定理１　労働者および企業の一意的なNash均衡探索戦略(λ_i^0, r_i^0)とその利得(v_i^0, v_2^0)が存在して次式を満足する。

(4)　$$C_i'(\lambda_i^0) = \int_{r_i^0}^{M_i} (x - y_i)\, dF_i(x)$$

(5) $r_i^\circ = y_i \ , \quad i=1\ 2$

$(\lambda_2^\circ,\ r_2^\circ)$が所与の下で

(6) $$v_1^\circ = \max_{(\lambda_1,\ r_1)} v_1$$

である$(\lambda_1^\circ,\ r_1^\circ)$が所与の下で

(7) $$v_2^\circ = \max_{(\lambda_2,\ r_2)} v_2$$

である。

証明：労働者と企業の総期待利得がそれぞれ(1), (2)式で与えられるときNash解が最適であり、そのときの利得v_1°, v_2°が(6). (7)式で与えられることは例えばRoth [5]を参照せよ。次にNash解が(4). (5)式で与えられることを示そう。(1)または(2)式をλ_iおよびr_iで偏微分すれば、

$$\frac{\partial v_i}{\partial \lambda_i} = -c_i'(\lambda_i)h + \beta(h)h\int_{r_i}^{M_i}(x-y_i)\,dF_i(x)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial r_i} = -\lambda_i h(r_i - y_i)f(r_i)$$

となり、上式を0とおいて連立して解けば仮定1によって次のようになる。

(8) $$c_i'(\lambda_i^\circ) = \int_{r_i^\circ}^{M_i}(x-y_i)\,dF_i(x)$$

$$x_i = y_i$$

(8)式において右辺はλ_iからは独立な正の値を取り．仮定2によって左辺はλ_iの厳密な増加関数であるから(8)式を満足するλ_iが一意的に定まる。（証明終り）

（注1）定理1は次のような経済的意味をもつ。(4)式の左辺は探索の限界費用であり、右辺は留保利得をx_iに設定したとき探索から得られる限界利得であるから、最適な探索率はその両者が相等しいとき実現される。一方，(5)によって労働者と企業は最適な留保利得を現在の雇用契約から得られる期待利得に等しくなるように設定する。従って，y_iより大きい利得をもたらす job offer または労働者を，それぞれ労働者と企業は現行の雇用契約を破棄して受入れることになる。双方の最適戦略はともに相手の戦略に依存していないことに留意せよ。

（注2）定理1で与えられる非協力 Nash 解の下で労働者の離職率，企業による解雇率の効果を調べてみよう。先ず、(4)式より高い留保利得に対しては双方ともより高い平均到着率を設定する。即ち、探索インテンシブをもつ。その結果，(3)式の$Q_i(\cdot)$の定義より，$Q_i(\lambda_i)$が大きくなる。即ち，離職率と解雇率が高まることになる。

以下のモデルで労働者と企業が自己の利得のみを最大にし

ようとして行動する非協力ゲームを議論した。この非協力ゲームは次のような問題点を内包している。(i)労働者と企業が協力し合うことによって双方ともに自己の利得を非協力の場合よりも増大できたかもしれない可能性を無視している。(ii)2人ゲームではそのような協力のための費用は小さいと推察されること。(iii)最適戦略が相手の戦略に依存しないという結論は現実的でない。以下では労働者と企業が協力して探索活動を行なう協力ゲームを議論しよう。協力ゲームにおける基準として労働者と企業は両者の利得の総和(結合利得) v_1+v_2 を最大にするように行動すると仮定しよう。

(9)
$$
\begin{aligned}
v_1+v_2 &= [p-c_1(\lambda_1)-c_2(\lambda_2)]h+\beta(h)\Big[y_1+y_2+\lambda_1 h\int_{r_1}^{M_1}(x-y_1)\,dF_1(x)\\
&\quad +\lambda_2 h\int_{r_2}^{M_2}(x-y_2)\,dF_2(x)+\lambda_2 h\int_{r_1}(m_1-y_1)\,dF_2(x)\\
&\quad +\lambda_1 h\int_{r_1}^{M_1}(m_2-y_2)\,dF_1(x)\Big]+o(h)\\
&=[p-c_1(\lambda_1)-c_2(\lambda_2)]h+\beta(h)\Big[y+\lambda_1 h\int_{r_1}^{M_1}(x+m_2-y)\,dF_1(x)\\
&\qquad +\lambda_2 h\int_{r_2}^{M_2}(x+m_1-y)\,dF_2(x)\Big]+o(h)
\end{aligned}
$$

但し、$y=y_1+y_2$

<u>定理2</u> 労働者と企業の利得の総和を最大にするような均衡戦略 $(\lambda_i^*,\ r_i^*)$ とその利得 $v^*=v_1^*+v_2^*$ が存在して、次式を満足する。

$$(10)\qquad C_i(\lambda_i^*) = \int_{r_i^*}^{M_i} (x + m_j - y)\, dF_i(x)$$

$$(11)\qquad r_i^* = y - m_j \qquad i, j = 1, 2 \qquad i \neq j$$

$$(12)\qquad v^* = \max_{(\lambda_i, r_i)} \{ v_1 + v_2 \}$$

$$i = 1,\ 2$$

但し、$y = y_1 + y_2$である。

証明は定理1のそれと同様であるから省略する。

(注3)定理2の(10)式は定理1のそれと同様な経済的解釈を与えることができる。(11)式において$r_i^* = y_i + y_j - m_j > y_i = r_i^\circ$であるから、協力ゲームの下では両者ともに非協力ゲームの場合よりもより高い留保利得を設定する。従って、離職率と解雇率がともに低くなることになる。協力ゲームに対して$Q_i^*(\cdot)$、非協力ゲームに対しては$Q_i^\circ(\cdot)$と定義すれば、$r_i^* > r_i^\circ$であるから

$$Q_i^*(r_i^*) = \lambda_i^*[1 - F_i(r_i^*)] < \lambda_i^\circ[1 - F(r_i^\circ)] = Q_i^\circ(r_i^\circ)$$

となる。このような協力ゲームの下では両者とも現行の雇用契約を破棄するのは、破棄したとき相手が失う利得の損失をカバーする以上に大きな利得をもたらす職機会のみ関心を示すから、その結果、両者がより高い留保利得を設定し探索のインセンティブが低くなる。故に、非協力ゲームの下でよりも協力ゲームの下での方が雇用契約はより安定的になる。

（注４）(10)，(11)式を観察することから明らかのように，協力ゲームの下での両者の最適戦略は相手の戦略に依存する。即ち，労働者も企業も協力ゲームを実行するためには相手の戦略を監視しなければならない。従って，この監視のための費用が高くついたり，自己の利得に関する情報を偽って流すような相手に対してはモデルは現実的意義を主張しえないのである。換言すれば，非協力ゲームは相手の情報を無視するが，協力ゲームでは戦略は相手の情報に依存する。

（注５）定理１と定理２を比較することによって，非協力ゲームのNash解は協力ゲームの結合利得v^*を最大にしないことが分る。協力ゲームの結合利得v^*は，w, Q_1, Q_2, y_1, y_2に依存しない。即ち，v^*は労働者と企業の利得の占有比率y_1, y_2には依存せず，その総和$y = y_1 + y_2$に依存する。協力ゲームの下では両者とも自己の分け前を最大にするように行動するのではなく両者のパイの総和を最大にするよう行動するからである。

３．経済変動の下でのマルコフ・ゲーム

第２節で議論した労働者と企業による結合探索モデルでは双方の費用と利得の確率分布が時間に独立であるから，実質的には一回限りの瞬間的ゲームであった。実際的にはこのゲ

ームを逐次に繰返すのであるから、労働市場を取巻く経済的環境は変動する。従って、労働者及び企業の採用する探索戦略はともにこの変動する経済の状態に依存した状況適応型の戦略となるであろう。この節では、労働市場を取巻く経済の状態がマルコフ連鎖に従って変動する場合、労働者と企業の最適探索戦略はどうなるかを議論する。

経済の状態の集合を有限集合 $\{1, 2, \cdots S\}$ で表わし、その要素を k または l で表わす。時間 t と $t+h$ の間に経済の状態が k から l に推移する確率を $q_{kl} \cdot h + o(h)$ とする。但し、$\lim_{h \to 0} q_{kl} \cdot h = \delta_{kl}$（クロネッカーのデルタ）、$\lim_{h \to 0} \frac{o(h)}{h} = 0$

更に、経済の状態が k のとき、X_1 および X_2 の分布関数をそれぞれ $F_1^k(\cdot)$, $F_2^k(\cdot)$ とする。区間 $[t, t+h]$ の下で Nash 探索戦略に従ったときの労働者および企業の利得 $v_i^\circ(k, t)$ は時間 $t+h$ を超えて現行の雇用契約を続行したときのそれぞれの期待利得 $y_i^\circ(k, t)$ に等しいから、次式を得る。

$$
(13) \quad v_1^\circ(k, t) = y_1^\circ(k, t) = \max_{(\lambda_1, r_1)} \Big\{ [w(t) - c_1(\lambda_1, k)] + \beta(h) \sum_{l=1}^{S} q_{kl} h \Big[y_1^\circ(l, t+h) + \lambda_1 \int_{r_1}^{M_1} (x - y_1^\circ(l, t+h))\, dF_1^l(x) + Q_{2l}^\circ[m_1 - y_1^\circ(l, t+h)] \Big] + o(h) \Big\}
$$

$$(14)\quad v_2^0(k,t)=y_2^0(k,t)=\max_{(\lambda_2,r_2)}\Big\{[p-w(t)-c_2(\lambda_2,k)]h$$
$$+\beta(h)\sum_{l=1}^{S}q_{kl}h\Big[y_2^0(l,t+h)+\lambda_2\int_{r_2}^{M_2}(x-y_2^0(l,t+h))dF_2^l(x)$$
$$+Q_{1l}^0(m_2-y_2^0(l,t+h))\Big]+o(h)\Big\}$$

但し、$Q_{il}^0=\lambda_i[1-F_i^l(r_i)]\qquad i=1,2$

<u>定理3</u> 探索費用と賃金は時間tに依存しないとする。無限期間の下での定常的Nash的均衡解による労働者および企業の期待利得と探索戦略はそれぞれ次式を満足する。

$$(15)\quad \alpha v_1^0(k)=\max_{(\lambda_1,r_1)}\Big\{w-c_1(\lambda_1,k)+\lambda_1\sum_{l=1}^{S}q_{kl}\Big(\int_{r_1}^{M_1}(x-v_1^0(l))dF_1^l(x)$$
$$+Q_{2l}^0(m_1-v_1^0(l))\Big)\Big\}$$

$$(16)\quad \alpha v_2^0(k)=\max_{(\lambda_2,r_2)}\Big\{p-w-c_2(\lambda_2,k)+\lambda_2\sum_{l=1}^{S}q_{kl}\Big(\int_{r_2}^{M_2}(x-v_2^0(l))dF_2^l(x)$$
$$+Q_{1l}^0(m_2-v_2^0(l))\Big)\Big\}$$

証明：費用と賃金が時間に独立であるからモデルは定常的である。動的計画法の最適性の原理より、$v_i^0(k,t)=y_i^0(k,t)$が成立する。 $v_i^0(k,t)=v_i^0(k)$, $y_i^0(k,t)=y_i^0(k)$とおく。$\beta(h)=e^{-\alpha h}$ または $1/(1+\alpha h)$ である。(13)式において$h\to 0$のときの極限操作を行なう。ロピタールの定理より、

$$\lim_{h\to 0}\frac{v_i^0(k,t)-\beta(h)\sum_l g_{kl}\,y_i^0(l,t+h)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\left[\alpha\beta(h)\sum_l g_{kl}\,y_i^0(l,t+h)-\beta(h)\sum_l g_{kl}\frac{d}{dh}y_i^0(l,t+h)\right]$$

$$=\alpha\sum_{l=1}^{S}\delta_{kl}\,v_i^0(l,t)\;=\;\alpha v_i^0(k)$$

同様にして(16)式が得られる。（証明終り）

(15), (16)式は連続時間のマルコフ・ゲームにおける均衡式と一致している。例えば，文献[4]を参照されたい。

命題1，労働者と企業の Nash 非協力ゲームの下での探索戦略は次式を満たす。

$$(17)\qquad c_i'(\lambda_i^0,k)=\sum_l g_{kl}\int_{r_i^0}^{M_i}(x-v_i^0(l))\,dF_i^l(x)\qquad i=1,2$$

$$(18)\qquad r_i^0=v_i^0(k)\qquad i=1,2\qquad k=1,2,\cdots,S$$

証明は定理1と同様であるので省略する。探索戦略はその限界費用と探索による追加利得の状態に関する期待値とが等しいとき実現されるけれども，最適留保利得は経済の状態に依存することの外は定理1と全く同様である。特に，r_i^0は推移確率g_{kl}からは独立であることが分る。

定理2と同様に協力ゲームの場合を考えてみよう。経済の状態がkのときの結合利得を$v^*(k,t)=v_1^*(k,t)+v_2^*(k,t)$

とすれば，$v^*(k,t)$は次式を満たす。

(19) $$v^*(k,t)=\max_{\substack{(\lambda_i,\, r_i)\\ i=1,2}}\Big\{[p-C_1(\lambda_1,k)-C_2(\lambda_2,k)]h+\beta(h)\sum_{l=1}^{S}q_{kl}h\Big[y^*(l,t+h)$$

$$+\lambda_1\int_{r_1}^{M_1}(x+m_2-y(l,t+h))\,dF_1^{\,l}(x)+\lambda_2\int_{r_2}^{M_2}(x+m_1-y(l,t+h))\,dF_2^{\,l}(x)+o(h)\Big\}$$

但し，$y(k,t)=y_1(k,t)+y_2(k,t)$

定常状態の下で$v^*(k,t)=v^*(k)$，$y^*(k,t)=y^*(k)$でかつ$h\to 0$のとき無限期間の下で$v^*(k)=y^*(k)$であるから次式を得る。

(20) $$\alpha v^*(k)=\max_{\substack{(\lambda_i,\, r_i)\\ i=1,2}}\Big\{[p-C_1(\lambda_1,k)-C_2(\lambda_2,k)]+\lambda_1\sum_{l=1}^{S}q_{kl}\int_{r_1}^{M_1}(x+m_2-v^*(l))\,dF_1^{\,l}(x)$$

$$+\lambda_2\sum_{l=1}^{S}q_{kl}\int_{r_2}^{M_2}(x+m_1-v^*(l))\,dF_2^{\,l}(x)\Big\}$$

命題2　(20)式の下での労働者と企業の協力ゲームの探索戦略は次式を満たす。

(21) $$C_i'(\lambda_i^*,k)=\sum_{l=1}^{S}q_{kl}\int_{r_i}^{M_i}(x+m_j-v^*(l))\,dF_i^{\,l}(x)$$

(22) $$r_i^*=v^*(k)-m_j \qquad i,j=1,2$$

$$i\neq j \qquad k=1,2,\cdots,S$$

命題3　探索費用は状態に依存しないと仮定する。

各々のl'に対して$\sum_{l=l'}^{S} g_{kl}$がkの増加関数で
かつ$F_1^l(x) \geqq F_2^l(x) \geqq \cdots\cdots \geqq F_S^l(x)$ for all x, l ならば
$k_1 < k_2$に対して$\lambda_i^*(k_1) \leqq \lambda_i^*(k_2)$でかつ　$\Omega_i^*(k_1) \leqq \Omega_i^*(k_2)$
である。$i=1, 2$　但し、$\lambda_i^*(k)$は(21)式、$\Omega_i^*(k)$は(22)式のそれぞれの解である。

4. 再交渉契約と補償契約

第2節および第3節では非協力ゲームを論じた後に協力ゲームを議論した。協力ゲームの下での労働者と企業の利得は非協力ゲームの下でのそれよりも大きくなる。なぜならば、協力ゲームの下では両者とも留保利得をより低く設定するからである。しかしながら、協力ゲームの下での結合利得最大化の探索戦略は相手の探索戦略と留保利得を絶えず監視(monitoring)しなければならないから、その監視費用が大きいときや不正直な相手には有効ではありえない。相手の行動を監視することなく双方をして協力ゲームに駆りたてることは可能であろうか？　換言すれば、相互に相手を監視することなく結果として協力ゲームに駆り立てるような雇用契約は存在するであろうか？　この疑問に答えるために二つのタイプの雇用契約を考える。どちらの雇用契約においても労働者と企業は自己の利得を最大にするよう行動し、相手の行動を

監視する必要はない。最初に 再交渉契約を、次に補償契約を考察する。

<u>再交渉契約</u>

例えば、労働者に新たな job offer があったとき彼は現行の雇用契約を解消する前に企業と交渉してから離職することを義務づけた雇用契約を再交渉契約と呼ぶことにする。この場合、企業が当該労働者を高く評価しているならば新たな job offer 以上の逆提案（counter offer）をすることによって労働者を引止め、もしそうでなければ企業は彼の離脱を認める制度である。このような再交渉契約の下での労働者と企業の利得は次のようになる。

$(\hat{\lambda}_2, \hat{v}_2(k))$ が所与の下で

$$(23) \quad \alpha \hat{v}_1(k) = \max_{(\lambda_1, r_i)} \Big\{ [w - c_1(\lambda_1, k)] + \lambda_1 \sum_{\ell} q_{k\ell} \int_{r_i}^{M_1} (x - v_1(\ell))\, dF_1^{\ell}(x)$$

$$+ \lambda_2 \sum_{\ell} q_{k\ell} \int_{\hat{v}_2(\ell)}^{M_2} \max[\hat{v}_2(\ell) - x,\ m_1 - \hat{v}_1(\ell)]\, dF_2^{\ell}(x) \Big\}$$

となり、$(\hat{\lambda}_1, \hat{v}_1(k))$ が所与の下で

$$(24) \quad \alpha \hat{v}_2(k) = \max_{\lambda_2} \Big\{ (p - w - c_2(\lambda_2, k)) + \hat{\lambda}_1 \sum_{\ell} q_{k\ell} \int_{\hat{v}_1(\ell)}^{M_1} \max[v_1(\ell) - x,\ m_2 - v_2(\ell)]\, dF_1^{\ell}(x)$$

$$+ \lambda_2 \sum_{\ell} q_{k\ell} \int_{r_i}^{M_2} (x - \hat{v}_2(\ell))\, dF_2^{\ell}(x) \Big\}$$

となる。従って、労働者と企業の最適な$(\hat{\lambda}_i, \hat{r}_i)$は次式を満足する。

(25) $$C_i'(\hat{\lambda}_i\ k) = \sum_l g_{kl} \int_{\hat{v}_i(l)}^{M_i} (x - \hat{v}_i(l))\, dF_i^l(x)$$

(26) $$\hat{r}_i = \hat{v}_i(k) \qquad i = 1.2$$

(17), (18)式の考察より、(25)式は明らかに非協力ゲームの下での探索戦略と一致する。即ち、$\hat{\lambda}_i = \lambda_i^\circ$。従って、再交渉契約による探索戦略は結合利得を最大化しない。(23), (24)式から分るようにこの契約の下では相手のjob機会に対して逆提案することの限界損失が発生するばかりか、相手と有利な交渉をするために双方ともより探索インテンシブとなるのである。このことを次の命題で示そう。

命題3　再交渉契約の下の$\hat{Q}_i$は、協力ゲームの下でのQ_i^*より大きい。

証明：(17), (18)式より、$\hat{\lambda}_i = \lambda_i^\circ > \lambda_i^*$であるから

$$\hat{Q}_i = \hat{\lambda}_i [1 - F(\hat{v}_i(k))] \geq \lambda_i^* \{1 - F(v_i^*(k))\} = Q_i^* \qquad i = 1.2$$

補償契約

労働者も企業も現行の雇用契約を解消して第3者と新たな雇用契約を結ぶためには相手の被る損失を補償することを義務づけた雇用契約を考えよう。労働者に対する退職金の割増

し制度や違約金制度の下での労働者と企業の利得はそれぞれ次式のようになる。

$$(27)\qquad \alpha v_1^*(k) = \max_{(\lambda_1, r_1)} \left\{ (w - c_1(\lambda_1, k)) + \lambda_1 \sum_l g_{kl} \int_{r_1}^{M_1} (x + m_2 - v^*(l))\, dF_1^l(x) \right\}$$

$$(28)\qquad \alpha v_2^*(k) = \max_{(\lambda_2, r_2)} \left\{ (p - w - c_2(\lambda_2, k)) + \lambda_2 \sum_l g_{kl} \int_{r_2}^{M_2} (x + m_1 - v^*(l))\, dF_2^l(x) \right\}$$

但し、$v^*(k) = v_1^*(k) + v_2^*(k) \qquad \text{for all } k$

上式の右辺の積分記号内は、$x + m_j - v^*(k) = x - v_i^*(k) - (v_j^* - m_j)$ であるから、$x - v_i^*(k)$ は自己の限界収益であり、$v_j^* - m_j$ は相手への補償金である。

命題4　補償契約の下ではNash非協力ゲームの解と結合利得最大化の協力ゲームの解とは一致する。即ち、

$$(29)\qquad c_i'(\lambda_i^*, k) = \sum_l g_{kl} \int_{r_i^*}^{M_i} (x + m_j - v^*(l))\, dF_i^l(x)$$

$$(30)\qquad r_i^* = v^*(k) - m_j \qquad i \neq j,\ \ i, j = 1, 2 \quad k = 1, 2, \cdots, S$$

但し、$v^*(k) = v_1^*(k) + v_2^*(k) \qquad \text{for all } k$

証明は、(26)式と(27)、(28)式とを比較することによって容易に支持されるであろう。補償契約は、相手の行動を互いに監視することなく両者をして協力ゲームに駆り立てる制度であることが分る。なぜならば、現在の雇用関係を解消する

ために相手の被る損失を補償しなければならないから、探索過程において双方とも相手の損失を補償してもなお有利なjob機会のみに関心を示すことになる。その結果、双方とも高い留保利得を設定するから補償契約の下での雇用関係は安定的となる。即ち、労働者も企業も探索のインセンティブが低くなるのである。更に、補償契約の下での企業の利得は生産性pの増加関数で労働者の利得はwの増加関数であるけれども$\pi_1^*(k)$, $\pi_2^*(k)$からは独立であることが分る。即ち、各自の$\pi_i^*(k)$は$\pi^*(k)$の分配比率でτ_1^*, τ_2^*からは独立で、分配の総量$\pi^*(k)=\pi_1^*(k)+\pi_2^*(k)$に依存するから、補償契約の下では各人は自己の利得を最大にするよう行動しながらあたかも協力ゲームを演じているかの如く行動するのである。

参考文献

[1] Becker, G.S., A Theory of Marriage : Part II, J. Political Economy, Vol. 82, No 2 1974

[2] Lippman, S.A. and J.J. McCall, Studies in the Economics of Search, North-Holland, Amsterdam, 1979

[3] Mortensen, D.T., Specific Capital and Labor Turnover, Bell J. Economics, Vol. 9, 1978, pp572-586

[4] Tanaka. K. and K. Wakura, On Continuous Markov Games with Countable State Space. J. Operations Research Society of Japan, Vol. 21, No. 1 1978, PP. 17~28

[5] Roth, A.E. Axiomatic Models of Bargaining, Springer, Berlin 1979